

AH – 1107 CV-19 (S)
B.Sc. (Part-I)
Term End Examination, 2019-20
MATHEMATICS
Paper-II

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 50

नोट : किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।
 Note : Answer any five questions. One question from each Unit is compulsory. All questions carry equal marks.

इकाई / Unit-I

1. (a) अवकलनीयता को परिभाषित कीजिए तथा फलन की बिन्दु $x=0$ पर सांतत्य एवं अवकलनीयता का परीक्षण कीजिए।
 Define differentiability and test the continuity and differentiability at point $x = 0$ of the function.

$$f(x) = \begin{cases} x^m \sin 1/x & \text{when } x \neq 0 \\ 0 & \text{when } x = 0 \end{cases}$$

(b) यदि $p^2 = a^2 \cos^2\theta + b^2 \sin^2\theta$, तो सिद्ध कीजिए कि $p + \frac{d^2p}{d\theta^2} = \frac{a^2b^2}{p^3}$

If $p^2 = a^2 \cos^2\theta + b^2 \sin^2\theta$, then prove that $p + \frac{d^2p}{d\theta^2} = \frac{a^2b^2}{p^3}$

2. (a) यदि $y = \log [x + \sqrt{x^2 + a^2}]$; तो सिद्ध कीजिए कि $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{y^{n+2}}{y^n} = -\frac{n^2}{a^2}$

If $y = \log [x + \sqrt{x^2 + a^2}]$; then prove that $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{y^{n+2}}{y^n} = -\frac{n^2}{a^2}$

(b) सिद्ध कीजिए कि $\log \cosh x = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{12} + \frac{x^6}{45} - \dots$

prove that $\log \cosh x = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{12} + \frac{x^6}{45} - \dots$

इकाई / Unit-II

3. (a) अनन्तस्पर्शी को परिभाषित कीजिए तथा वक्र की सभी अनन्तस्पर्शियों ज्ञात कीजिए :

$$x^3 + 3x^2y - 4y^3 - x + y + 3 = 0$$

Define Asymptote and find all asymptotes of the curve

$$x^3 + 3x^2y - 4y^3 - x + y + 3 = 0$$

- (b) वक्र का अनुरेखन कीजिए : $y^2(a+x) = x^2(a+x)$, $a > 0$

Trace the curve : $y^2(a+x) = x^2(a+x)$, $a > 0$

4. (a) वक्र का अनुरेखन कीजिए : $y^2(a+x) = x^2(3a-x)$

Trace the curve $y^2(a+x) = x^2(3a-x)$

(b) सिद्ध कीजिए कि दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ के लिए $\rho = \frac{a^2b^2}{p^3}$

जहाँ ρ दीर्घवृत्त के केन्द्र $(0, 0)$ से किसी बिन्दु (x, y) पर डाले गये लम्ब की लम्बाई है।

prove that for ellipse : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ $\rho = \frac{a^2b^2}{p^3}$

ρ being the length of the perpendicular from the centre $(0, 0)$ upon the tangent at the point (x, y) .

इकाई/Unit-III

5. (a) $\int (2x - 5) \sqrt{x^2 + 3x + 1} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

find the value of $\int (2x - 5) \sqrt{x^2 + 3x + 1} dx$.

(b) सिद्ध कीजिए कि $\int_0^{\pi/2} \cos^m x \sin^m x dx = \frac{1}{2^{m+1}} \left\{ 2 + \frac{2^2}{2} + \frac{2^3}{3} \dots + \frac{2^m}{m} \right\}$

prove that $\int_0^{\pi/2} \cos^m x \sin^m x dx = \frac{1}{2^{m+1}} \left\{ 2 + \frac{2^2}{2} + \frac{2^3}{3} \dots + \frac{2^m}{m} \right\}$

6. (a) मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{dx}{a+b\cosh x}$

find the value of : $\int \frac{dx}{a+b\cosh x}$

(b) सिद्ध कीजिए कि वक्र $y = \log \sec x$ के $x = 0$ से $x = \pi/3$ तक के चाप की लंबाई $\log_e (2+\sqrt{3})$ है।

prove that the arc length of the curve $y = \log \sec x$ from $x = 0$ to $x = \pi/3$ is $\log_e (2+\sqrt{3})$.

इकाई/Unit-IV

7. (a) हल कीजिए : $y - x \frac{dy}{dx} = x + y \frac{dy}{dx}$

Solve : $y - x \frac{dy}{dx} = x + y \frac{dy}{dx}$

(b) समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} = a + bx + cx^2$ का हल ज्ञात कीजिये, दिया हुआ है $y = d$ और $\frac{dy}{dx} = 0$ जब $x = 0$

Solve the equation $\frac{d^2y}{dx^2} = a + bx + cx^2$ give that $y = d$ and $\frac{dy}{dx} = 0$, when $x = 0$

8. (a) हल कीजिए : $x^2 - 2yp + 4x = 0$

Solve : $x^2 - 2yp + 4x = 0$

(b) हल कीजिये : $(3x + 2y^2) y dx + 2x (2x + 3y^2) dy = 0$

Solve : $(3x + 2y^2) y dx + 2x (2x + 3y^2) dy = 0$

इकाई/Unit-V

9. (a) हल कीजिये : $\frac{d^2y}{dx^2} - \cot x \frac{dy}{dx} - (1 - \cot x) y = e^x \sin x$

Solve : $\frac{d^2y}{dx^2} - \cot x \frac{dy}{dx} - (1 - \cot x) y = e^x \sin x$

(b) डायल विचरण विधि से हल कीजिये : $(D^3 + D)y = \tan x$

Solve by method of variation of parameters : $(D^3 + D)y = \tan x$

10. (a) हल कीजिये : $\frac{dx}{dt} = ny - mz$, $\frac{dy}{dt} = lz - nx$, $\frac{dz}{dt} = mx - ly$

Solve : $\frac{dx}{dt} = ny - mz$, $\frac{dy}{dt} = lz - nx$, $\frac{dz}{dt} = mx - ly$

(b) हल कीजिये : $\frac{d^2y}{dx^2} + (3\sin x - \cot x) \frac{dy}{dx} + 2y \sin^2 x = e^{-\cos x} \sin^2 x$

Solve : $\frac{d^2y}{dx^2} + (3\sin x - \cot x) \frac{dy}{dx} + 2y \sin^2 x = e^{-\cos x} \sin^2 x$