

AH-1106-S-CV-19
B.A./B.Sc. (Part-I)
Term End Examination, 2019-20
MATHEMATICS
Paper-I

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 50

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।
Note : Answer All Question. All Question carry equal marks.

1. (a) निम्न आव्यूह की जाति ज्ञात कीजिए। Find the rank of following matrix.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

- (b) निम्न आव्यूह के आइगेन मान और संगत आइगेन सदिश ज्ञात कीजिए।

Find Eigen value and corresponding eigen vector of following matrix.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

- (c) कैले हैमिल्टन प्रमेय लिखिए और सिद्ध कीजिए।

State and prove Caley Hamilton theorem.

2. (a) आव्यूह विधि से हल कीजिए। Solve by matrix method.

$$\begin{aligned} 2x + 3y + z &= 9 \\ x + y + z &= 6 \\ x - y + z &= 2 \end{aligned}$$

- (b) दकार्ते विधि से हल कीजिए। Solve by Descarte's method.

$$x^2 - 3x^2 - 42x - 40 = 0$$

- (c) समीकरण $x^3 + px^2 + 4x - r = 0$ के लिए $\sum \alpha^2$ ज्ञात कीजिए

Find $\sum \alpha^2$ for equation $x^3 + px^2 + 4x - r = 0$

3. (a) यदि N धन पूर्णाकों का समुच्चय है तथा संबंध R समुच्चय $N \times N$ में निम्नानुसार परिभाषित है

$$(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow a + b = b + c$$

तब सिद्ध $R, N \times N$ कीजिए कि में तुल्यता संबंध है।

If N is set of integers and R is relation on $N \times N$ defined by

$$(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow a + b = b + c$$

Prove that R is equivalence Relation on $N \times N$.

- (b) सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $G = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ योग मॉड्यूलों 6 के अंतर्गत आबेली समूह है।

Prove that set $G = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ is a group with respect to addition module 6

- (c) गुणात्मक समूह $G = \{1, w, w^2\}$ से तुल्याकारी नियमित कमचय समूह ज्ञात कीजिए।

Find regular permutation group which is isomorphic to group $G = \{1, w, w^2\}$

4. (a) यदि $f: G \rightarrow G'$ समाकारिता है तब सिद्ध कीजिए कि

(i) $f(e) = e'$ जहाँ e, e' क्रमशः G, G' के तत्समक अवयव हैं

(ii) $f(a^{-1}) = [f(a)]^{-1} \quad \forall a \in G$

If $f: G \rightarrow G'$ Homomorphism then prove that

(i) $f(e) = e'$ where e and e' are identity of G and G' respectively

(ii) $f(e^{-1}) = [f(a)]^{-1} \quad \forall a \in G$

(b) समाकारिता का मूलभूत प्रमेय लिखिए और सिद्ध कीजिए।

State and prove fundamental theorem on Homomorphism.

(c) सिद्ध कीजिए कि परिमित पूर्णाकीय प्रांत क्षेत्र होता है।

Prove that finite inteyral domain is a field.

5. (a) यदि α तथा β समीकरण $x^2 - 2x + 4 = 0$ के मूल हैं तब सिद्ध कीजिए कि

$$\alpha^n + \beta^n = 2^{n+1} \cos \frac{n\lambda}{3}$$

If α and β are root of equation $x^2 - 2x + 4 = 0$ Then prove that

$$\alpha^n + \beta^n = 2^{n+1} \cos \frac{n\lambda}{3}$$

(b) यदि $\phi + i\psi = \tan(x + iy)$ तब सिद्ध कीजिए कि

$$\phi^2 + \psi^2 = \frac{\cosh^2 y - \cos^2 x}{\cosh^2 y - \sin^2 x}$$

If $\phi + i\psi = \tan(x + iy)$ then prove that

$$\phi^2 + \psi^2 = \frac{\cosh^2 y - \cos^2 x}{\cosh^2 y - \sin^2 x}$$

(c) सिद्ध कीजिए कि

$$\sin \alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha + \frac{1}{2^2} \sin 3\alpha + \dots \infty = \frac{4 \sin \alpha}{5 - 4 \cos \alpha}$$

Prove that

$$\sin \alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha + \frac{1}{2^2} \sin 3\alpha + \dots \infty = \frac{4 \sin \alpha}{5 - 4 \cos \alpha}$$